จุดประสงค์

เพื่อให้นักศึกษาสามารถนำสมการเบอร์นูลลีย์ไปใช้ร่วมกับท่อที่หน้าตัดมีการเปลี่ยนแปลงเพื่อใช้หาอัตราการไหล และสามารถหา total head loss กับ discharge coefficient ได้

บทนำและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

สมการเบอร์นูลลีย์เป็นสมการที่มีความสำคัญในวิชากลศาสตร์ของไหล โดยสมการในรูปของ head สามารถเขียนได้ดังนี้ (Munson et al., 2010)

$$\frac{P}{\rho g}+\frac{V^2}{2g}+z=\text{constant} \tag{1}$$

เมื่อ P คือ ความดันสถิตย์ของการไหล ณ ตำแหน่งที่สนใจ (Pa)

V คือ ความเร็วของการไหล ณ ตำแหน่งที่สนใจ (m/s)

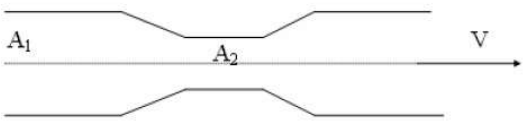
z คือ ความสูงของตำแหน่งที่สนใจเทียบกับระดับอ้างอิง (m)

ρ คือ ความสูงของตำแหน่งที่สนใจเทียบกับระดับอ้างอิง (kg/m^3)

g คือ ความเร่งเข้าสู่จุดศูนย์กลางโลก (m/s^2)

โดยเมื่อพิจารณาการไหลภายในท่อที่มีพื้นที่หน้าตัดเปลี่ยนแปลงดังรูปที่ 1 จะสามารถเขียนสมการเบอร์นูลลีย์ได้เป็น

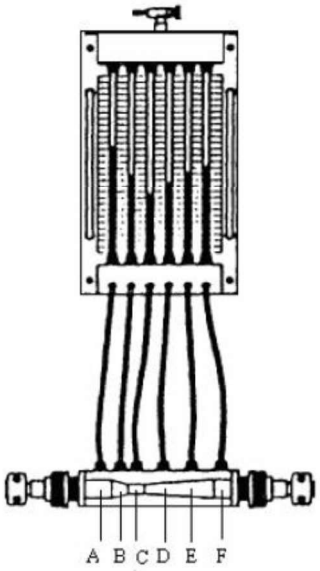
$$\frac{P_1}{\rho g}+\frac{V_1^2}{2g}+z_1=\frac{P_2}{\rho g}+\frac{V_2^2}{2g}+z_2 \tag{2}$$



รูปที่ 1 ภาพแสดงการไหลผ่านท่อที่มีพื้นที่หน้าตัดเปลี่ยนแปลง

โดย $P/\rho g$ เรียกว่า pressure head (m) $V^2/2g$ เรียกว่า velocity head และเรียก z ว่า elevation head จาก รูปที่ 1 จะเห็นว่า $z_1 = z_2$ ซึ่งผลรวมระหว่าง pressure head และ velocity head จะเรียกว่า total head (m)

ในปฏิบัติการนี้จะศึกษาการไหลผ่านท่อที่มีลักษณะและชื่อของตำแหน่งต่าง ๆ ดังรูปที่ 2



รูปที่ 2 อุปกรณ์ทดสอบ

โดยขนาดของเส้นผ่านศูนย์กลางท่อที่ตำแหน่งต่าง ๆ มีค่าดังตารางที่ 1 (กนต์ธร ชำนิประศาสน์ และคณะ, 2556)

ตารางที่ 1 ขนาดของท่อที่ตำแหน่งต่าง ๆ

ตำแหน่ง	เส้นผ่านศูนย์กลาง (mm)
A	28.4
B	22.5
C	14.0
D	17.2
E	24.2
F	28.4

ซึ่งอาจนิยาม total head loss, $h_{total,loss}$, ได้ว่า

$$h_{total,loss} = \left(\frac{P_A}{\rho g} + \frac{V_A^{\,2}}{2g}\right) - \left(\frac{P_F}{\rho g} + \frac{V_F^{\,2}}{2g}\right) \tag{3}$$

และค่า discharge coefficient, C_D, ได้ว่า

$$C_D = Q \Big/ A_C \sqrt{\frac{2g(h_A - h_C)}{1-(A_C/A_A)^2}} \tag{4}$$

เมื่อ Q คือ อัตราการไหลจริง (m^3/s)

h คือ pressure head ณ ตำแหน่งที่สนใจ (m) = $P/\rho g$

A คือ พื้นที่หน้าตัดท่อ ณ ตำแหน่งที่สนใจ (m^2)

ตัวห้อย A, C คือ ตำแหน่งบนท่อดังแสดงในรูปที่ 2

ขั้นตอนการทดลอง

1. เปิดเครื่องสูบน้ำ แล้วปรับ valve ควบคุมการไหลไปจน rotameter อ่านค่าได้ 30 L/min

2. จดบันทึกค่าความสูงของระดับน้ำในหลอดแก้วต่าง ๆ ลงในตารางบันทึกผล

3. ปรับ valve ไปที่อัตราการไหล 25 L/min จดบันทึกค่า และทดลองซ้ำโดยเปลี่ยนอัตราการไหลไปเป็น 20, 15 และ 10 L/min ตามลำดับ

4. ปิดเครื่องแล้วทำความสะอาดเครื่อง

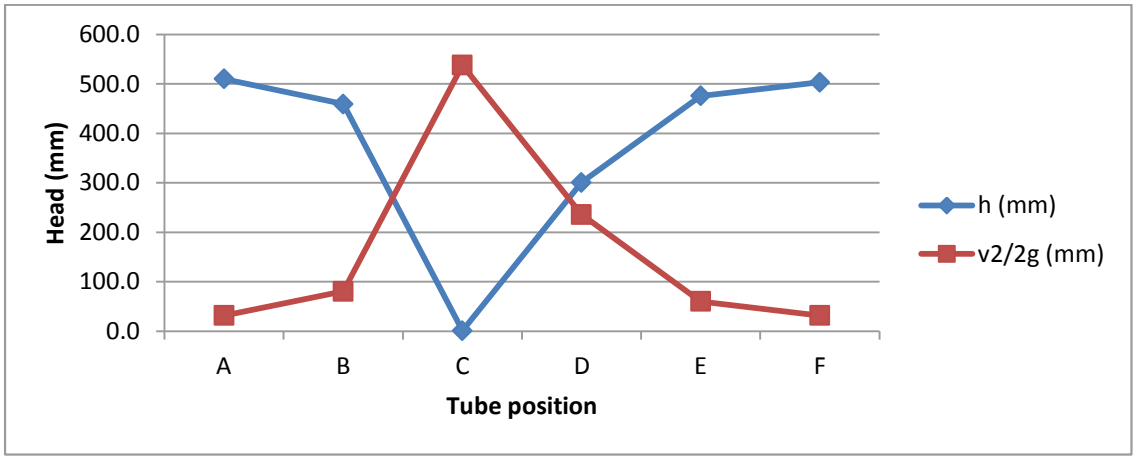
ผลการทดลองและการอภิปราย

จากการทดลองได้ผลดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 ผลการทดลอง

Flow rate (L/min)	h_A (mm)	h_B (mm)	h_C (mm)	h_D (mm)	h_E (mm)	h_F (mm)
30	510	459	1	301	476	503
25	497	461	143	350	471	491
20	481	457	253	385	462	476
15	475	461	346	419	462	471
10	466	459	407	438	457	463

จากตารางข้างต้น เมื่อพิจารณาที่อัตราการไหลเท่ากับ 30 ลิตรต่อนาทีได้ว่า ความสัมพันธ์ระหว่าง pressure head และ velocity head มีลักษณะดังรูปที่ 3

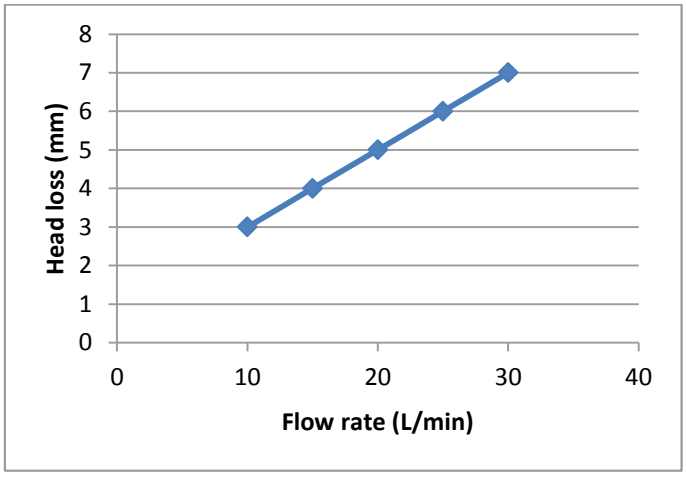


รูปที่ 3 ความสัมพันธ์ระหว่าง pressure head กับ velocity head ที่ตำแหน่งต่าง ๆ บนท่อที่อัตราการไหล 30 ลิตรต่อนาที

จากรูปที่ 3 จะเห็นว่า ค่า pressure head สูงสุดที่จุด A ซึ่งเป็นตำแหน่งที่มีพื้นที่ใหญ่ที่สุด และค่า velocity head ที่จุดนี้มีค่าต่ำสุด จากนั้นค่า pressure head มีค่าลดลงจากจุด A ไปจุด B ไปยังจุด C ทั้งนี้เกิดขึ้นเนื่องจากพื้นที่หน้าตัดมีค่าลดลงจาก A ไป B ไปยัง C ทำให้ความเร็วเพิ่มขึ้นตามเส้นทางการไหล ดังจะเห็นได้จากค่า velocity head ที่เพิ่มขึ้นจาก A ไป B ไป C ซึ่งจากสมการที่ 2 จะเห็นว่า เมื่อ velocity head มีค่าเพิ่มขึ้นค่า pressure head ต้องมีค่าลดลง ซึ่งผลการทดลองสอดคล้องตามที่ทฤษฎีทำนาย

และเนื่องจากพื้นที่หน้าตัดท่อเพิ่มขึ้นจากจุด C ไป D, E และ F จึงเห็นว่า velocity head ลดลงตามลำดับของตำแหน่งที่กล่าวถึง และ pressure head มีค่าเพิ่มขึ้นดังที่ทำนายด้วยสมการที่ 2 แต่อย่างไรก็ตามจะเห็นว่าค่า pressure head ที่ตำแหน่ง A กับ F มีค่าไม่เท่ากันแม้ตำแหน่งทั้งสองมีพื้นที่หน้าตัดเท่ากันซึ่งแย้งกับสมการที่ 2

เมื่อนำผลจากตารางที่ 2 มาคำนวณหาค่า total head loss ได้ค่าดังแสดงในรูปที่ 4



รูปที่ 4 ค่า total head loss ที่อัตราการไหลต่าง ๆ

เมื่อเปรียบเทียบสมการที่ 2 กับสมการที่ 3 ในกรณีที่เป็นการไหลผ่านท่อที่วางตัวขนานกับพื้นเหมือนในปฏิบัติการจะเห็นว่า หากการไหลไม่มีการสูญเสียใด ๆ ค่า total head loss ต้องเท่ากับศูนย์ที่ทุกอัตราการไหล แต่จากผลที่แสดงในรูปที่ 4 สรุปได้ว่าการไหลนี้มีการสูญเสียความดันเกิดขึ้น นั้นจึงทำให้ค่า pressure head ที่ตำแหน่ง A และ F ไม่เท่ากันในรูปที่ 3 และจากรูปที่ 4 จะเห็นว่าเมื่ออัตราการไหลเพิ่มขึ้น ค่า total head loss ก็เพิ่มขึ้นตาม ซึ่งอาจวิเคราะห์ได้จาก Darcy-Weisbach equation (Munson et al., 2010) ที่ว่า

$$h_{loss} = f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g} \qquad (5)$$

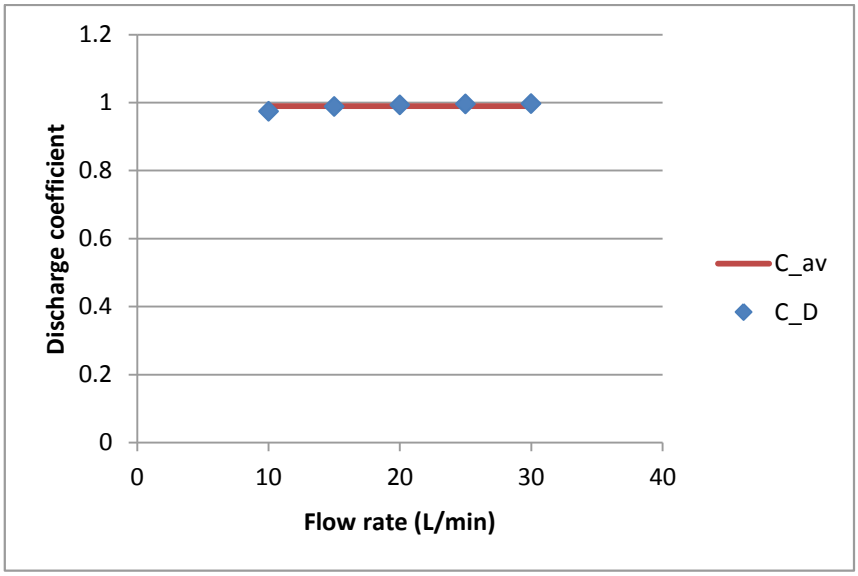
เมื่อ f คือ friction factor

L คือ ความยาวท่อ (m)

D คือ เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ (m)

จะเห็นว่าค่า h_{loss} แปรผันตามความเร็ว และจาก $Q = VA$ ได้ว่า head loss ต้องแปรผันตามอัตราการไหล ซึ่งสอดคล้องกับผลการทดลอง

เมื่อนำผลการทดลองไปคำนวณค่า discharge coefficient ที่นิยามตามสมการที่ 4 ได้ผลดังรูปที่ 5



รูปที่ 5 ค่า discharge coefficient ที่อัตราการไหลต่าง ๆ

จากรูปจะเห็นว่าค่า discharge coefficient มีค่าค่อนข้างคงที่ตลอดช่วงการไหลที่ทดสอบโดยมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0.99 ซึ่งสอดคล้องกับค่า 0.98 สำหรับการไหลผ่านท่อ venturi ซึ่งมีลักษณะเหมือนท่อที่ทดสอบนี้(Munson et al., 2010)

สรุปผลการทดลอง

ปฏิบัติการนี้มีจุดประสงค์เพื่อให้นักศึกษาสามารถนำสมการเบอร์นูลลีย์ไปใช้ร่วมกับท่อที่หน้าตัดมีการเปลี่ยนแปลงเพื่อใช้หาอัตราการไหล และสามารถหา total head loss กับ discharge coefficient ได้ จากการทดสอบท่อ พบว่า pressure head แปรผกผันกับพื้นที่หน้าตัด ขณะที่ velocity head แปรตามพื้นที่หน้าตัด ค่า total head loss แปรผันตามอัตราการไหล โดยค่า total head loss มีค่าอยู่ระหว่าง 3-7 mm และท่อนี้มี discharge coefficient เฉลี่ยเท่ากับ 0.99

เอกสารอ้างอิง

1. Bruce R. Munson, Donald F. Young, Theodore H. Okiishi, Wade W. Huebsch. 2010. Fundamentals of Fluid Mechanics. 6th edition.Singapore: John Wiley & Sons.

2. กนต์ธร ชำนิประศาสน์ และคณะ. 2556. เอกสารประกอบการสอนวิชาปฏิบัติการวิศวกรรมเครื่องกล. นครราชสีมา: มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี